

به نام خدا

**سری هفتم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی**  
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

۸۰. فرض کنید  $R$  مثلث به رئوس  $(0, 2)$  و  $(2, 2)$  و  $(1, 0)$  باشد، کدام گزینه برای  $I = \iint_R f(x, y) dA$  نادرست است؟ (۳ گزینه صحیح) (۹۰)

$$I = \int_0^2 \int_{1-\frac{x}{2}}^{2-\frac{x}{2}} f(x, y) dx dy \quad (۱)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^{2-x} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_{2-x}^{2-x} f(x, y) dy dx \quad (۲)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^{2-x} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_0^{2-x} f(x, y) dy dx \quad (۳)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^{2-x} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_1^{1+\frac{x}{2}} f(x, y) dx dy \quad (۴)$$

۱.

۱۲۸. مقدار  $\int_0^1 \int_x^1 \frac{y^2}{x^2+y^2} dy dx$  برابر است با: (علوم دریایی ۹۳)

$$\frac{\pi}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

۲.

۶. متوسط تابع  $f(x, y) = |x| + |y|$  بر ناحیه  $|x| + |y| \leq 1$  چقدر است؟ (تزد آزمای ۴ - مسیح ۲۱)

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

۳.

۱۰۱. مقدار انتگرال  $\iint_D (1-2x-3y) dx dy$  که در آن  $D$  ناحیه  $x^2 + y^2 \leq 4$  می باشد، کدام است؟ (نقشه برداری ۹۳)

$$4\pi \quad (۴)$$

$$2\pi \quad (۳)$$

$$\pi \quad (۲)$$

$$0 \quad (۱)$$

۴.

۲۳. برای محاسبه حجم زیر رویه  $f(x, y) = \sqrt{k^2 - x^2 - y^2}$  در بالای ناحیه  $D$  در صفحه  $xy$  مجموع

انتگرال های  $V = \int_0^{a \sin \gamma} \int_{\sqrt{a^2 - y^2}}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy + \int_{a \sin \gamma}^{b \sin \gamma} \int_{y \cot \gamma}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy$  به دست آمده است

که در آن  $0 < \gamma < \frac{\pi}{4}$  و  $0 < a < b < k$  ثابت اند. حجم  $V$  کدام است؟ مکانیک ۸۹

$$\frac{1}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{3}{2}} - (k^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} \right) \sin \gamma \quad (۲)$$

$$\frac{\gamma}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{3}{2}} - (k^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (۱)$$

$$\frac{\gamma}{3} \left( (k^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} - (k^2 - a^2)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (۴)$$

$$\frac{2\gamma}{3} \left( (k^2 - a^2)^{\frac{3}{2}} - (k^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (۳)$$

۵.

۱۲۱. حاصل انتگرال  $\int_0^1 \int_y^{\sqrt{2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  برابر است با: (سنجی ۸۳)

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{3} \quad (۴)$$

$$\pi\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

۶.

۷. اگر  $I = \int_1^2 f(u) du$  و  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < xy < 2, 1 < x^2 - y^2 < 5\}$  باشد، آنگاه  $\iint_D f(xy)(x^2 + y^2) dx dy$

کدام است؟ ۹۶ MBA

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) ۲۱
- (۴)  $\frac{1}{4}$

.۷

۸. مقدار انتگرال  $\iint_D \frac{dx dy}{x^2 y}$  که در آن  $D$  ناحیه محصور به خطوط  $y = x$ ،  $y = 2x$ ،  $x + y = 2$  و  $2x + y = 2$

می‌باشد، کدام است؟ عمران و صنایع ۹۷

- (۱) ۱
- (۲)  $2 \ln 2$
- (۳)  $\ln 2$
- (۴)  $\frac{1}{2} \ln 2$

.۸

۹. مقدار انتگرال  $\iiint_R \sin(\pi y^2) dv$  که در آن  $R$  هرم به رئوس  $(0, 0, 0)$ ،  $(0, 1, 0)$ ،  $(1, 1, 0)$ ،  $(1, 1, 1)$  و  $(0, 1, 1)$

است، کدام است؟ علوم کامپیوتر ۹۵

- (۱)  $\frac{2}{3\pi}$
- (۲)  $\frac{4}{3\pi}$
- (۳)  $\frac{2}{4\pi}$
- (۴)  $\frac{2}{\pi}$

.۹

۱۰. فرض کنید  $R$  ناحیه محصور بین  $z = x^2 + y^2$ ،  $z = 0$ ،  $x^2 + y^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 = 4$  باشد، مقدار

MBA 97  $\iiint_R (x^2 + y^2) dx dy dz$  کدام است؟

- (۱)  $20\pi$
- (۲)  $\frac{62\pi}{3}$
- (۳)  $21\pi$
- (۴)  $\frac{64\pi}{3}$

.۱۰

۲۰. کلیه مقادیر ممکن برای  $\alpha$  به طوری که انتگرال ناسره  $\iiint \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}$  روی ناحیه  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  همگرا باشد، کدام است؟ (فرد آزمای ۴ - سب ۲)

(۱)  $\alpha < 2$  (۲)  $\alpha < 1$  (۳)  $\alpha < \frac{2}{3}$  (۴)  $\alpha < \frac{1}{3}$

۱۱

۲۹. حجم قسمتی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$  ( $a > 0$ ) که خارج از مخروط  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$  می باشد، کدام است؟ (فرد آزمای ۴ - سب ۲)

(۱)  $\frac{1}{3}\pi a^2$  (۲)  $\frac{1}{3}\pi a^2$  (۳)  $\frac{2}{3}\pi a^2$  (۴)  $\frac{1}{3}\pi a^2$

۱۲

۱۱.  $W$  قسمتی از داخل بیضی گون  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  است که در هر نقطه از آن هر سه مؤلفه دارای علامتهای یکسان باشند. حاصل  $\iiint_W \exp\left(\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}\right) dx dy dz$  برابر است با: (فرد آزمای ۴ - سب ۲)

(۱)  $4\pi abc(e-2)$  (۲)  $\pi abc(e-2)$  (۳)  $\frac{\pi}{3} abc(e-2)$  (۴)  $2\pi abc(e-2)$

۱۳

۱۸. حجم ناحیه به معادلات  $1 \leq 2x + y + z \leq 2$  و  $0 \leq x + 2y + z \leq 2$  و  $-1 \leq x + y + 2z \leq 2$  برابر است با: (فرد آزمای ۴ - سب ۲)

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{9}{3}$  (۳) ۳۶ (۴)  $\frac{9}{3}$

۱۴

۱۷.  $W$  یک جسم فلزی است که با معادلات  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$  توصیف شده و چگالی هر نقطه از آن برابر مربع فاصله آن نقطه تا محور  $z$  است. جرم جسم چقدر است؟ خودآزمایی ۴ سطح ۲

(۱)  $\frac{\pi}{10}$  (۲)  $\frac{\pi}{5}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{3}$

۱۵

مرکز هندسی ناحیه محدود بین مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و صفحه  $z = 1$  از صفحه  $xy$  چقدر فاصله دارد؟

(۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۶