

به نام خدا

سری سوم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

زمستان ۹۷

۸۵. مشتق سوئی یک تابع دو متغیره مشتق پذیر در نقطه (۱,۲) و در جهتی به سوی نقطه (۲,۲) برابر با ۲ و در جهتی به سوی (۱,۱) برابر ۲- است. مشتق سوئی این تابع در همین نقطه و در جهتی به سوی (۴,۶) کدام است؟ (دو گزینه یک ۹۳)

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{8}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

۹۲. تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2y^2}{|x| + |y|} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق سوئی تابع f در جهت بردار $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ در مبدأ مختصات کدام است؟ (بیانی ۹۰)

- (۱) صفر (۲) $-\frac{9}{25}$ (۳) $\frac{9}{25}$ (۴) وجود ندارد.

معادله خط مماس بر محل تلاقی دوپه های $x+z-4=0$ و $x^2+y^2-z=0$ در نقطه $p(0, \sqrt{2}, 4)$ عبارت است از:

آمار ۹۲

- (۱) $x = 21\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4$
 (۲) $x = 21\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4 - 21\sqrt{2}$
 (۳) $x = 1, y = \sqrt{2}, z = 4 + 1$
 (۴) $x = 0, y = 2\sqrt{2} - 1\sqrt{2}, z = 4$

۹۳. اگر $\begin{cases} uv + x^2 + xy = 0 \\ u^2 + v^2 - xy - y^2 = 0 \end{cases}$ که در آن u و v توابعی از دو متغیر مستقل x و y باشند، مقدار $\frac{\partial u}{\partial x}$ به ازای $x = 2$ و $y = -5$ و $u = \sqrt{3}$ کدام است؟ (۹۰-۸۱۳۸)

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۹۴. در مورد تعداد و نوع نقاط بحرانی تابع $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12xy$ کدام درست است؟ (علوم اقتصادی ۹۳)

- (۱) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه می نیمم نسبی
 (۲) ۱ نقطه می نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی
 (۳) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه ماکزیمم نسبی
 (۴) ۲ نقطه می نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی

۹۵. مقدار اکسترمم های تابع $f(x,y,z) = 2x - y + 3z$ به طوری که $x^2 + y^2 = 5$ و $y + z = 4$ باشد، برابر است با: (علوم دریایی ۹۳)

- (۱) ۲ و ۱۱ (۲) ۳ و ۱۱ (۳) ۲ و ۲۲ (۴) ۳ و ۲۲

۹۶. کمترین مقدار تابع $z = x^2 - y^2 - 2xy$ با شرط $2x + y = 6$ کدام است؟ MBA 95

- (۱) -۶۴
 (۲) -۵۴
 (۳) -۳۶
 (۴) -۷۲

۱۲۸. مقدار انتگرال $\int_0^1 \int_x^1 \frac{y^2}{x^2+y^2} dy dx$ برابر است با: (علوم دریایی ۹۳)

$\frac{\pi}{24}$ (۴)

$\frac{\pi}{12}$ (۳)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

۱۰۱. مقدار انتگرال $\iint_D (1-2x-2y) dx dy$ که در آن ناحیه $x^2+y^2 \leq 4$ می باشد، کدام است؟ (نقشه برداری ۹۳)

4π (۴)

2π (۳)

π (۲)

0 (۱)

۱۲۱. حاصل انتگرال $\int_0^1 \int_y^{\sqrt{2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2} dx dy$ برابر است با: (سبایی ۸۳)

$\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$\pi\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{6}$ (۱)

۳۳. مساحت ناحیه محدود به خم های $y^2 = \beta x$ و $y^2 = \alpha x$ و $xy = b$ و $xy = a$ با شروط $0 < a < b$ و $0 < \alpha < \beta$

معانیذ ۸۵) عبارت است از:

$\frac{1}{7}(\beta - \alpha) \ln \frac{b}{a}$ (۴)

$\frac{1}{7}(\alpha - \beta) \ln \frac{a}{b}$ (۳)

$\frac{1}{7}(a - b) \ln \frac{\alpha}{\beta}$ (۲)

$\frac{1}{7}(b - a) \ln \frac{\beta}{\alpha}$ (۱)

مقدار انتگرال $\iiint_R \sin(\pi y^2) dv$ که در آن R هرم به رئوس $(0,0,0)$ ، $(0,1,0)$ ، $(1,1,0)$ ، $(1,1,1)$ و $(0,1,1)$

است، کدام است؟ علوم کامپیوتر ۹۵

$\frac{2}{3\pi}$ (۱)

$\frac{4}{3\pi}$ (۲)

$\frac{2}{4\pi}$ (۳)

$\frac{2}{2\pi}$ (۴)

۸۰. انتگرال $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \int_{-\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz dz dy dx$ در مختصات استوانه‌ای برابر است با: (رئوسینیک ۸۹)

$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 dz dr d\theta$ (۲)

$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} zr^2 \sin \theta \cos \theta dz dr d\theta$ (۱)

$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 z^2 dz dr d\theta$ (۴)

$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 dz dr d\theta$ (۳)

۲۹. حجم قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ ($a > 0$) که خارج از مخروط $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ می باشد، کدام است؟ (مؤید نیک ۹۰)

- (۱) $\frac{1}{4}\pi a^2$ (۲) $\frac{1}{3}\pi a^2$ (۳) $\frac{2}{3}\pi a^2$ (۴) $\frac{1}{2}\pi a^2$

۲۰. کلیه مقادیر ممکن برای α به طوری که انتگرال ناسره $\iiint \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}$ روی ناحیه $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ همگرا باشد، کدام است؟ (فرد آزمای ۴ - سع ۲)

- (۱) $\alpha < 2$ (۲) $\alpha < 1$ (۳) $\alpha < \frac{2}{3}$ (۴) $\alpha < \frac{1}{2}$

۴۶. حاصل انتگرال $\int_C ye^{-x} ds$ در صورتی که C منحنی مسطح $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = 2 \operatorname{Arctant} - t \end{cases}$ و $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ باشد، کدام گزینه است؟ (آر ۱۸۹)

- (۱) صفر (۲) $\frac{\pi^2}{9} - \ln 2$ (۳) $\frac{\pi^2}{9}$ (۴) $\pi + \ln 2 - e^{-2}$

۳۰. مساحت آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 = ax$ که داخل کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ قرار می گیرد چقدر است؟ (MBA ۸۴)

- (۱) $2a^2$ (۲) $3a^2$ (۳) $4a^2$ (۴) $5a^2$

۱۲۲. مقدار $\int_C (2xy - y^2 + 3)dx + (x^2 - 4xy^2)dy$ را که در آن C قوسی از دایره $(x-2)^2 + y^2 = 1$ از نقطه $(1, 0)$ به نقطه $(2, 1)$ است، کدام است؟ (علوم دریا ۹۱)

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

اگر C مرز ناحیه مثلثی به رئوس $(0, 1)$ و $(2, -1)$ و $(-2, -1)$ باشد که یک بار در جهت مثلثاتی طی می شود حاصل

$$\int_C \frac{x^2 e^y - y + y^2 e^y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x^2 e^y + x + xy^2 e^y}{x^2 + y^2} dy$$

برابر است با:

- (۱) صفر (۲) -2π (۳) 2π (۴) π

اگر C مرز دوزنقه با رئوس $(1,1)$ و $(1,2)$ و $(2,2)$ و $(2,1)$ باشد که یک بار در جهت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود و $\vec{F}(x,y) = (e^{x^2} + y^2, xy + \sin(\ln y))$ باشد. $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟ **عمران نقشه برداری ۹۴**

(۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $\frac{5}{3}$
 (۳) $\frac{5}{6}$
 (۴) $\frac{8}{3}$

۲۶. سطح قسمتی از رویه $z = x^2 - y^2$ که در داخل استوانه $x^2 + y^2 = 6$ قرار می‌گیرد، کدام است؟ **(۹۱ MBA)**

(۱) $\frac{62\pi}{3}$ (۲) $\frac{31\pi}{3}$ (۳) $\frac{65\pi}{6}$ (۴) $\frac{55\pi}{6}$

۱۲۲. حاصل انتگرال $\iint_{\Sigma} (x+y+z)d\sigma$ که در آن Σ قسمتی از صفحه $z = 2x + 2y$ محدود به $x+y \leq 2, y, x \geq 0$ است چقدر است؟ **(ننت ۹۰)**

(۱) $\frac{\sqrt{14}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ (۳) $\frac{28}{3}\sqrt{14}$ (۴) $28\sqrt{14}$

۹. فرض کنید $F = (2xy^2 + e^{-y} \cos z + e^{z^2}, 2x^2y + e^{-x} \sin z^2, \tan x^2y^2)$ و S مرز رویه $z = x^2 + y^2$ و $z = 16$ باشد، مقدار $\iint_S F \cdot ndS$ کدام است؟ **(منبع، ۹۳ MBA)**

(۱) $(\frac{\pi}{3})^{2^{10}}$ (۲) $(\pi)^{2^{10}}$ (۳) $(\frac{\pi}{3})^{2^{12}}$ (۴) $(\pi)^{2^{12}}$

۹. $F = (-y^2, x^2, -z^2)$ و C خم تقاطع صفحه $2x + 2y + z = 2$ با استوانه $x^2 + y^2 = 1$ است که تصویر آن بر صفحه xy در جهت مثلثاتی است، چقدر است $\oint_C F \cdot dr$ ؟ **(فرد آرزوایی ۵ - سبوع ۲)**

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $-\pi$

۵۱. اگر $\vec{F} = y\vec{i} + 2z\vec{j} + 2x\vec{k}$ مقدار $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن C خم فصل مشترک کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و سهمی‌گون $z = x^2 + y^2$ می‌باشد کدام است؟ **(علوم کامپیوتر ۹۳)**

(۱) $-\pi$ (۲) π (۳) -2π (۴) 2π

فرض کنید S سطح نیم کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ برای $z > 0$ و \vec{N} بردار قائم یکه رو به خارج رویه S باشد. اگر

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} ds \text{ مقدار آنگاه مقدار } \vec{F} = (2x + yz, y + xz, 2 + z) \text{ کدام است؟}$$

(1) 162π

(2) 164π

(3) 92π

(4) 90π

۱۷. اگر $F = (z - y)i + (2xz + x)j - (xe^{z^2} + y)k$ و سطح S قسمتی از سهمی گون به معادله $z = 1 - x^2 - y^2 \geq 0$ با قائم یکه n به سمت بیرون باشد، حاصل $\iint_S \text{curl} F \cdot n d\sigma$ برابر است با: (مزدآزمایی ۵-
 (1) 0 (2) -2π (3) 2π (4) 3π (سج ۲)