

به نام خدا

## سری هشتم تمرینات کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۱ و ۲

مؤسسه پژوهش

تحت نظارت مستقیم استاد آقاسی

تابستان و پاییز ۱۳۹۸

همانطور که جورج پولیا ریاضی‌دان مجارستانی در جایی گفته: "اگر میخواهید شنا یاد بگیرید شجاعانه وارد آب شوید و اگر میخواهید مساله‌ها را یاد بگیرید آنها را حل کنید!" در این کلاس هم قصد داریم با حل کردن تستهای هدفمند علاوه بر مرور و تمرین مطالب درسی مهارت دانشجویان را نیز افزایش دهیم و همچنین اشکالات و سوالاتی که دانشجویان روزانه با آنها برخورد میکنند را برطرف سازیم. کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲۰۱ دوره درس و تست استاد آقاسی در ۸ جلسه ۳ ساعته تنظیم شده و گردآوری تست‌ها تحت نظر مستقیم ایشان طوری صورت گرفته که بهترین پوشش را برای تمرین هرچه بیشتر شما فراهم کند. لازم بذکر است سوالات کلاس حل تمرین هیچ اشتراکی با سوالات کلاس درس و تست، نکته و تست و جمع بندی نخواهند داشت.

**تذکره (۱):** تمرینات به مرور در اختیار دانشجویان قرار خواهد گرفت و انتظار می‌رود دانشجویان قبل از برگزاری هر جلسه نسبت به حل سوالات آن جلسه اقدام کنند تا کلاس حل تمرین بیشترین بازدهی را برایشان داشته باشد.

**تذکره (۲):** سوالات انتخاب شده ترکیبی از تست‌های کنکور و تست‌های تالیفی استاد آقاسی هستند. در بعضی از تست‌ها فقط واژه تالیفی را خواهید دید که آن به این معناست که تست در جلد ۱ آورده نشده و جز تست‌های تالیفی استاد آقاسی در کلاس‌ها و آزمون‌های سال‌های گذشته است.

با آرزوی موفقیت

آرش محمدی

۱.  $\mathbf{v}$  و  $\mathbf{u}$  توابعی ۳ متغیره و هارمونیک هستند. در مبدأ مختصات بردارهای گرادیان این دو تابع یکه بوده و با یکدیگر زاویه  $\frac{\pi}{6}$  ساخته اند. لاپلاسیان حاصلضرب  $\mathbf{u}$  و  $\mathbf{v}$  در مبدأ کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{3}$  (تالیفی)

۲. حاصل انتگرال  $\int_C ye^{-x} ds$  در صورتی که  $C$  منحنی مسطح  $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = 2 \operatorname{Arctant} - t \end{cases}$  و  $0 \leq t \leq \sqrt{3}$  باشد، کدام گزینه است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{\pi^2}{9} - \ln 2$  (۳)  $\frac{\pi^2}{9}$  (۴)  $\pi + \ln 2 - e^{-4}$  (آمار ۸۹)

۳. مساحت قسمتی از استوانه  $x^2 + y^2 = 1$  که زیر سهمی  $z = x^2 + 2y^2$  و بالای صفحه  $xy$  قرار دارد، عبارت است از:

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $\pi$  (۳)  $4\pi$  (۴)  $6\pi$  (تالیفی)

۴. کار میدان نیروی  $F(x, y, z) = (xy, z, x)$  روی مسیر  $\alpha(t) = (t, -2t, t^2)$  و  $0 \leq t \leq 1$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$  (تالیفی)

۵. فرض کنید  $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$  و  $C$  مرز مربع با رئوس  $(0, 0, 0)$ ،  $(2, 0, 0)$ ،  $(0, 2, 0)$  و  $(2, 2, 0)$  است که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. انتگرال میدان برداری  $F$  بر منحنی  $C$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴) ۴ (۹۸ MBA)

۶. فرض کنید  $C$  منحنی  $r(t) = (t^2 + \sin(\pi t), t^2 + \sin(\pi t^2), t + \sin(\pi t^2))$  است که  $0 \leq t \leq 1$  مقدار

$$\int_C 2x^2 dx + 2yz dy + y^2 dz$$

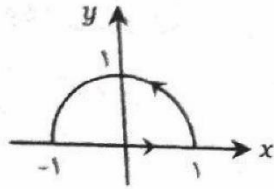
کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۹۷ MBA)

۷. فرض کنید  $C$  منحنی  $r = 10 + \cos^2 \theta$  باشد که  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  مقدار  $\int_C \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2}$  کدام است؟

- (۱)  $-2\pi$  (۲) ۰ (۳) ۱ (۴)  $2\pi$  (۹۸ MBA)

۸. حاصل  $\oint_C (2x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy$  کدام است؟ (C منحنی بسته دایره‌ای نشان داده شده در شکل زیر است)



(نفت ۹۷)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{8}{3}$  (۱)

۰ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

۹. اگر C قسمتی از دایره  $x^2 + y^2 = 1$  برای  $y \geq 0$  باشد که از نقطه  $(1, 0)$  به نقطه  $(-1, 0)$  طی می‌شود،

چرخش میدان  $F = (x^2 + y, e^y)$  روی C برابر است با:

$-\pi - \frac{2}{3}$  (۴)

$-\pi + \frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}$  (۱)

(خودآزمایی ۵ سطح ۲)

۱۰. حاصل انتگرال  $\iint_{\Sigma} (x + y + z)d\sigma$  که در آن  $\Sigma$  قسمتی از صفحه  $z = 2x + 2y$  محدود به

$x + y \leq 2, y, x \geq 0$  چقدر است؟

$28\sqrt{14}$  (۴)

$\frac{28}{3}\sqrt{14}$  (۳)

$\frac{\sqrt{14}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{14}}{3}$  (۱)

(نفت ۹۰)

۱۱. مساحت رویه  $z = 2x + y^2$  که بالای ناحیه مثلثی شکل با رئوس  $(0, 0, 0)$  و  $(0, 1, 0)$  و  $(1, 1, 0)$  قرار می‌گیرد، کدام

است؟

$\frac{1}{12}(27 + 5\sqrt{5})$  (۴)

$\frac{1}{12}(9 + \sqrt{5})$  (۳)

$\frac{1}{12}(9 - \sqrt{5})$  (۲)

$\frac{1}{12}(27 - 5\sqrt{5})$  (۱)

(ژئوفیزیک ۹۷)

۱۲. مساحت قسمتی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  که زیر صفحه  $z = 1$  قرار دارد، کدام است؟

$4\pi$  (۴)

$12\pi$  (۳)

$10\pi$  (۲)

$14\pi$  (۱)

(تالیفی)

۱۳. فرض کنید  $F = (2xy^2 + e^{-y} \cos z + e^{z^2}, 2x^2y + e^{-x} \sin z^2, \tan x^2y^2)$  و مرز رویه  $z = x^2 + y^2$  و  $z = 16$

باشد، مقدار  $\iint_S F \cdot n dS$  کدام است؟

$(\pi)^{2^{12}}$  (۴)

$(\frac{\pi}{3})^{2^{12}}$  (۳)

$(\pi)^{2^{10}}$  (۲)

$(\frac{\pi}{3})^{2^{10}}$  (۱)

(صنایع و MBA ۹۳)

۱۴. S را قسمتی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  در نظر می‌گیریم که  $y \geq 0$  و قائم یکه  $\vec{n}$  بر آن رو به بیرون می‌باشد. برای

میدان برداری  $\vec{F}(x, y, z) = (e^{y^3 + z^3}, y + x^2 + z^2, z)$  حاصل  $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$  کدام است؟

$\frac{56\pi}{3}$  (۴)

$\frac{8\pi}{3}$  (۳)

$\frac{32\pi}{3}$  (۲)

$\frac{64\pi}{3}$  (۱)

(تالیفی)

۱۵. مقدار انتگرال روی سطح  $\iint_S (x^2 + y \sin z + zx) dS$  که در آن  $S$  کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  است، برابر

با چیست؟

(۱)  $\pi$       (۲)  $\frac{2}{3}\pi$       (۳)  $\frac{4}{3}\pi$       (۴)  $\frac{8}{3}\pi$

(خودآزمایی ۵ سطح ۲)

۱۶.  $S$  را قسمتی از مخروط  $z+1 = \sqrt{x^2 + y^2}$  در نظر می‌گیریم که زیر صفحه  $z=1$  قرار گرفته است و قائم بر آن رو به بیرون است. برای میدان  $\vec{F}(x, y, z) = (2x - yz, 4x - e^z, \cos xy)$  مقدار  $\iint_S \text{curl} F \cdot d\vec{S}$  برابر است با:

(۱)  $16\pi$       (۲)  $20\pi$       (۳)  $-16\pi$       (۴)  $-20\pi$

(تالیفی)

۱۷. خم  $c$  را فصل مشترک صفحه  $x + 2y + z = 4$  با استوانه  $x^2 + y^2 = 1$  در نظر می‌گیریم که وقتی از بالا به آن نگاه

می‌کنیم در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیموده می‌شود. اگر  $F(x, y, z) = (2y + e^{x^2}, x + \sin y^2, z + x^2)$

حاصل  $\int_c F \cdot dr$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{\pi}{2}$       (۲) صفر      (۳)  $-2\pi$       (۴)  $-\pi$

(تالیفی)

۱۸. اگر  $F = (z - y)i + (2xz + x)j - (xe^{z^2} + y)k$  و سطح  $S$  قسمتی از سهمی‌گون به معادله

$z = 1 - x^2 - y^2 \geq 0$  با قائم یکه  $n$  به سمت بیرون باشد، حاصل  $\iint_S \text{curl} F \cdot n d\sigma$  برابر است با:

(۱)  $0$       (۲)  $-2\pi$       (۳)  $2\pi$       (۴)  $3\pi$

(خودآزمایی ۵ سطح ۲)