

۳۱. مقدار انتگرال $\int_1^{\sqrt{3}} (1-x^2) \ln x \, dx$ کدام است؟

$\frac{8}{9} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{19}{9}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{10}{9}$ (۲) $\frac{10}{9} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۳۲. اگر $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$ باشد و $f^{(n)}(x)$ مشتق مرتبه n ام f در نقطه x است. مقدار $f(x) - \frac{1}{\sqrt{3}} f^{(11)}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$ گزینه است؟

۱ (۴) $(-11!)(\frac{4}{3})$ (۳) $(11!)(\frac{4}{3})$ (۲) ۰ (۱)

۳۳. ناحیه محصور بین $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ و محور y ها حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

$\frac{\pi}{4}(\pi-2)$ (۴) $\frac{\pi}{2}(\pi-1)$ (۳) $\frac{\pi}{2}(\pi-2)$ (۲) $\frac{\pi}{4}(\pi-1)$ (۱)

۳۴. مقدار سری $\sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{k(k+2)}{(k+1)^2}$ کدام است؟

$-\ln \frac{1}{2}$ (۴) ۰ (۳) ۲ (۲) $-\ln 2$ (۱) واگرایت

۳۵. تابع $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ فرد و در نقطه c یک می‌نییم نسبی دارد. در این صورت:

۱) f در c -یک ماکرییم نسبی دارد.
 ۲) f در $-c$ -یک می‌نییم نسبی دارد.
 ۳) f در c -نه می‌نییم نسبی دارد و نه ماکرییم نسبی
 ۴) در مورد رفتار f در $-c = x$ قضاوتی نمی‌توان کرد.

۳۶. اگر $f(x) = x^{-x}$ آنگاه روی $(0, +\infty)$ کدام گزینه درست است؟

۱) f در $x = e$ می‌نییم مطلق دارد.
 ۲) f در $x = 1$ ماکرییم مطلق دارد.
 ۳) f در $x = \frac{1}{e}$ ماکرییم مطلق دارد.
 ۴) فقط در یک نقطه می‌نییم مطلق دارد و مقدار آن صفر است.

۳۷. اگر داشته باشیم $x_n = \frac{a^n + b^n + c^n}{a^{n+p} + b^{n+p} + c^{n+p}}$ و $a > b > c > 0$ آنگاه حد دنباله x_n چقدر است؟

$\frac{1}{c^p}$ (۴) $\frac{1}{a^p}$ (۳) $\frac{1}{a^p + b^p + c^p}$ (۲) ۱ (۱)

۳۸. حاصل سری $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^{17}}{n^{18}}$ کدام است؟

$\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{1}{17}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{19}$ (۱)

۳۹. فرض کنید f تابعی مشتقپذیر و $f'(x) = \frac{\cosh x}{1 + \cosh x}$ باشد. اگر $f(0) = 0$ آنگاه برای $x \geq 0$ کدام گزینه درست است؟

$x \leq f(x)$ (۴) $f(x) < x$ (۳) $0 \leq f(x) \leq x$ (۲) $f(x) \leq 0$ (۱)

۴۰. اگر f قابل بسط به سری مکلورن باشد و $f'(x) = 1 + (f(x))^5$, $f(0) = 1$ آنگاه ضریب x^3 در سری مکلورن f کدام است؟

$\frac{65}{4}$ (۴) $\frac{65}{3}$ (۳) $\frac{65}{2}$ (۲) $\frac{65}{6}$ (۱)

۴۱. مقدار $\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, \infty)} \frac{x^{1289}y}{(x^2 + y^2)^5}$ برابر است با:

$$4) \text{ وجود ندارد} \quad 2) \text{ } 3 \quad 1) \text{ } 2 \quad 0) \text{ } 1$$

۴۲. مقدار $\int_{-1}^1 \int_{y=|x|}^{y=1} e^{y^2} dy dx$ برابر است با:

$$e - 1) \text{ } 4 \quad e + \frac{1}{e}) \text{ } 3 \quad e + 1) \text{ } 2 \quad e - \frac{1}{e}) \text{ } 1$$

۴۳. مساحت ناحیه‌ای که درون دلوار $r = 1 + \cos \theta$ و بیرون دایره $r = 1$ در ربع اول قرار دارد کدام است؟

$$\frac{4}{3}\pi) \text{ } 4 \quad 1 + \frac{1}{\lambda}\pi) \text{ } 3 \quad 1 + \frac{3}{\lambda}\pi) \text{ } 2 \quad \frac{3}{\lambda}\pi) \text{ } 1$$

۴۴. مکان هندسی نقاطی که از نقطه $(c, 0, 0)$ و صفحه $-z = c$ به یک فاصله‌اند، عبارت است از:

$$x^2 + y^2 = 4cz) \text{ } 2 \quad x^2 - y^2 + 2z^2 = 2c^2 + 2cz) \text{ } 1 \\ x^2 + y^2 + 2z^2 = c^2 + 4cz) \text{ } 4 \quad x^2 - y^2 = 2cz) \text{ } 3$$

۴۵. فرض کنید C دایره با معادله $x^2 + y^2 = 25$ باشد که در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در نظر گرفته شده است.

مقدار انتگرال $\oint_C (2xye^{x^2} + e^{\cos x})dx + (e^{y^2} + e^{x^2} + x)dy$ کدام است؟

$$\pi) \text{ } 4 \quad 12\pi) \text{ } 3 \quad 25\pi) \text{ } 2 \quad 0) \text{ } 1$$

۴۶. مشتق جهتی $f(x, y, z) = x^2 + 2y^5 \sin(y^5) \cos(y^5) + z^3$ در نقطه $(-1, 0, 2)$ و در جهت بردار $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}})$ کدام است؟

$$-10\frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ } 4 \quad 8\frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ } 3 \quad 13\frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ } 2 \quad -11\frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ } 1$$

۴۷. برای تابع $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $x \geq 0$ و $x < 0$:
 $f(p) = 0$ و $f_x(p) = 1$ و $f_y(p) = 1$ و $f_x(p) = 0$ و $f_y(p) = 0$ در نقطه $p = (0, 0)$ کدام درست است؟

$$f_x(p) = 0 \text{ و } f_y(p) = 1) \text{ } 4 \quad f_y(p) = 0 \text{ و } f_x(p) = 1) \text{ } 1 \quad \text{ وجود ندارد.} \quad 0) \text{ } 3$$

۴۸. اگر I که در آن S سطح جانبی استوانه قائم محصور به رویه‌های $x^2 + y^2 = 9$ و $z = 2$ و $z = -2$ و $x^2 + y^2 = 4$ است و $F(x, y, z) = (y^2 + z^2 + x)\vec{i} + (x^2 + z^2 + y)\vec{j} + (x^2 + y^2 + z)\vec{k}$ در این صورت مقدار I کدام است؟

$$54\pi) \text{ } 4 \quad 72\pi) \text{ } 3 \quad 108\pi) \text{ } 2 \quad 36\pi) \text{ } 1$$

۴۹. بردار یکه مماس تابع $r(t) = (\cos t + t \sin t)\vec{i} + (\sin t - t \cos t)\vec{j}$ و $t \geq 0$ بر حسب طول قوس برابر است با:

$$\sin \sqrt{s}\vec{i} + \cos \sqrt{s}\vec{j}) \text{ } 4 \quad \cos \sqrt{2s}\vec{i} + \sin \sqrt{2s}\vec{j}) \text{ } 3 \quad \sin \sqrt{2s}\vec{i} + \cos \sqrt{2s}\vec{j}) \text{ } 2 \quad \cos \sqrt{s}\vec{i} + \sin \sqrt{s}\vec{j}) \text{ } 1$$

۵۰. فرض کنید $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 2 \end{cases}$ باشد که $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ مقدار $F(x, y, z) = (z - y)\vec{i} + (x + y)\vec{j} + (x + 2y)\vec{k}$ در جهت هرگاه C دایره تصویر آن بر صفحه (x, y) در نظر گرفته شده است.

$$7\pi) \text{ } 4 \quad 8\pi) \text{ } 3 \quad 12\pi) \text{ } 2 \quad 4\pi) \text{ } 1$$