

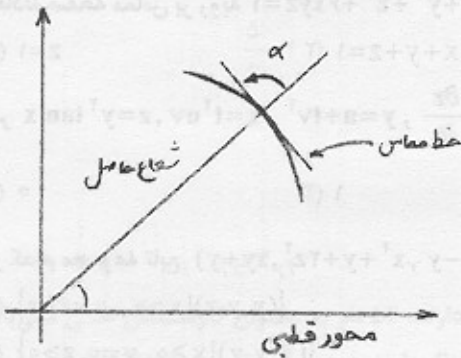
۳۱- حد  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $e$  (۳)  $\frac{1}{e}$  (۴)  $\infty$

۳۲- مقدار  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$

۳۳- زاویه  $\alpha$  بین خط مماس بر منحنی  $r=2+2\sin\theta$  و شعاع حامل نقطه  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\pi}{6}$   
(۲)  $\frac{\pi}{4}$   
(۳)  $\frac{\pi}{3}$   
(۴)  $\frac{\pi}{2}$

۳۴- مقدار  $\sinh^{-1} 2$  کدام است؟

- (۱)  $\ln(\frac{\sqrt{5}}{2})$  (۲)  $\ln(2\sqrt{5})$  (۳)  $\ln(\sqrt{5}-2)$  (۴)  $\ln(2+\sqrt{5})$

۳۵- خم‌های  $r=2\cos\theta$  و  $r=2-2\cos\theta$  در چند نقطه تلاقی دارند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- طول منحنی  $y = a \cosh(\frac{x}{a})$  از نقطه  $(0, a)$  تا نقطه  $(2a, a \cosh 2)$  کدام است؟

- (۱)  $a$  (۲)  $ae^{2a}$  (۳)  $a \sinh 2$  (۴)  $a \cosh 2$

۳۷- مقدار دقیق  $\sec(\sin^{-1}(-\frac{3}{4}))$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{\sqrt{7}}$  (۴)  $\frac{7}{2\sqrt{2}}$

۳۸- مشتق  $\sec^{-1} x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}$  (۲)  $\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$  (۳)  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{|x|}$  (۴)  $\frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+1}}$

۳۹- حد دنباله  $a_n = (1 - \frac{x}{n})^n$  کدام است؟

- (۱)  $e^{-x}$  (۲)  $-e^x$  (۳) ۰ (۴)  $\infty$

۴۰- مقدار  $\int_x^{\infty} e^{-\frac{t}{x}} (1 + \frac{1}{t^2}) dt$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{\pi}$  (۳)  $\infty$  (۴)  $\frac{1}{x} e^{-\frac{x}{x}}$

۴۱- نرخ تغییر تابع  $f(x, y) = xe^y$  در نقطه  $P(2, 0)$  و در سوی از  $P$  به  $Q(5, 4)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{11}{5}$  (۳)  $\frac{5}{11}$  (۴)  $\frac{7}{8}$

۴۲- دمای T نقطه  $(x, y, z)$  در یک گوی فلزی از رابطه  $T(x, y, z) = \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  به دست می‌آید. T در نقطه  $(1, 2, 2)$  برابر با ۱۲۰ است.

نرخ تغییر دما در نقطه  $P(2, -1, 2)$  و در جهت  $\overline{PQ}$ ،  $Q(3, -2, 2)$  کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲)  $40\sqrt{2}$  (۳)  $40\sqrt{3}$  (۴)  $\frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

۴۳- اگر  $z = f(x-y)$ ،  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲)  $f'(x-y)$  (۳)  $(x-y)f'(1)$  (۴)  $f'(y-x) - f'(x-y)$

۴۴- معادله صفحه مماس بر رویه  $x^2 + y^2 + z^2 + 6xyz = 1$  در نقطه  $(0, 0, 1)$  کدام است؟

- (۱)  $z = 1$  (۲)  $x + y + z = 1$  (۳)  $z = x + y + 1$  (۴)  $2z + 2x + y = 0$

۴۵- اگر  $z = y^2 \tan x$ ،  $x = t^2 uv$ ،  $y = u + tv^2$ ،  $z = y^2 \tan x$  به ازای  $u = 1$ ،  $v = 0$  و  $t = 2$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۶- در کدام مجموعه تابع  $f(x, y, z) = (2xy - y, x^2 + y + 2z^2, xy + y)$  معکوس دارد؟

- (۱)  $\{(x, y, z) | x > 0, y = z = 0\}$  (۲)  $\{(x, y, z) | x > 0, y > 0, z > 0\}$  (۳)  $\{(x, y, z) | x \geq 0, y = 0, z > 0\}$  (۴)  $\{(x, y, z) | x > 0, y > 0, z = 0\}$

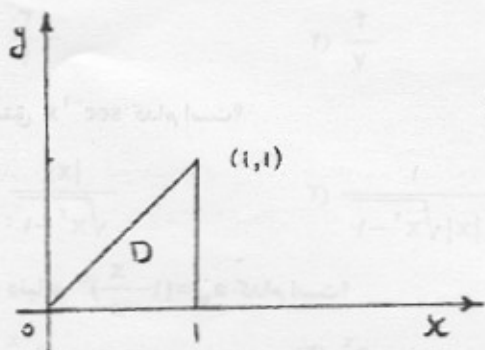
۴۷- تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(x^2 + y^2)}{y^2 + (x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  در کدام گزاره صدق می‌کند؟

- (۱) در نقطه  $(0, 0)$  حد ندارد. (۲)  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 2$

(۳) حد f در مسیرهای مستقیم منتهی به  $(0, 0)$  است.  $\frac{1}{y}$

(۴) حد f در مسیری دایره‌ای شکل که به  $(0, 0)$  منتهی می‌شود ۰ است.

۴۸- مقدار انتگرال  $\iint_D x \sin y \, dA$  روی ناحیه نشان داده شده در شکل کدام است؟



- (۱)  $\cos 1 + \sin 1$  (۲)  $\frac{3}{2} - \sin 1 - \cos 1$  (۳)  $\frac{1}{2} + \cos 1 - \sin 1$  (۴)  $\frac{3}{2} + \cos 1 - \sin 1$

۴۹- نقطه بحرانی تابع  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$  و نوع آن کدام است؟

- (۱)  $(0, \frac{1}{2})$  - ماکسیمم (۲)  $(0, \frac{1}{2})$  - می‌نیمم (۳)  $(\frac{1}{2}, 0)$  - می‌نیمم (۴)  $(\frac{1}{2}, 0)$  - زینی

۵۰- مقدار انتگرال خط  $\int_C 2y \, dx + x \, dy$  که در آن C نیم‌دایره  $x = \cos t, y = \sin t, 0 \leq t \leq \pi$  است، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $\pi$  (۳)  $-\pi$  (۴)  $2\frac{\pi}{2}$